

Problème (12 points)

1. Soit le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 9$ cm et $BC = 15$ cm.
Vérifier que $AC = 12$ cm.

Pour la suite du problème, on utilisera le triangle ABC tracé sur la feuille annexe.

2. **a)** Placer le milieu M de [BC]. Tracer le cercle de diamètre [AB].
 b) Ce cercle recoupe le segment [BC] en D et le segment [AM] en E.
 Démontrer que les triangles ABE et ABD sont rectangles.
3. **a)** Construire le point F, symétrique du point E par rapport au point M.
 b) Démontrer que le quadrilatère BECF est un parallélogramme.
 c) En déduire que les droites (BE) et (CF) sont parallèles, et que les droites (AF) et (CF) sont perpendiculaires.
4. Soit H le point d'intersection des droites (AD) et (BE).
Soit K le point d'intersection des droites (AD) et (CF).
- a)** Que représentent les droites (AD) et (BE) pour le triangle ABM ? Que représente le point H pour le triangle ABM ?
 En déduire que les droites (HM) et (AB) sont perpendiculaires.
- b)** On admettra, pour la suite du problème, que les droites (KM) et (AC) sont aussi perpendiculaires.
 On appelle I le point d'intersection des droites (AB) et (MH).
 On appelle J le point d'intersection des droites (AC) et (KM).
 • Démontrer que le quadrilatère AIMJ est un rectangle.
 • En déduire que le triangle HMK est rectangle.